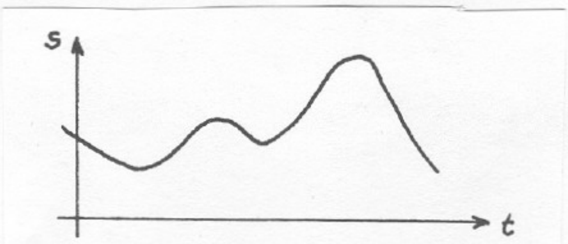
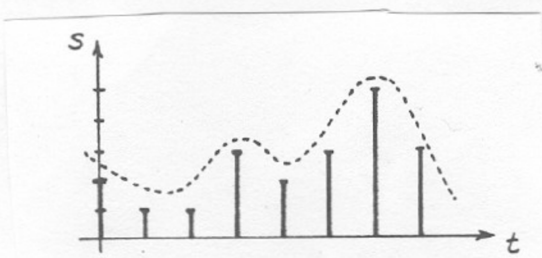
12. digitale Signalverarbeitung.

Signalarten, Beschreibung im Zeitbereich, Systembegriff, Blockschaltbild der digitalen Signalverarbeitung, Abtasttheorem, Auswirkungen bei Nichteinhaltung, typische Anregungsfunktionen und deren Antworten im Zeit- und Frequenzbereich.

Signalarten:
Eine Art von Einteilung erfolgt nach dem zeitlichen Definitionsbereichs und dem Wertevorrat des Signalparameters:
Analogsignal: zeitkontinuierlich , wertkontinuierlich
Zu jedem beliebigen Zeitpunkt ist der Signalparameter bekannt, er Werte aus dem Bereich der reellen Zahlen annehmen.



Reines Digitalsignal : zeitdiskret , wertdiskret
Der Signalparameter ist nur zu bestimmten Abtastzeitpunkten bekannt , über den Wert zu anderen Zeitpunkten kann nichts ausgesagt werden. Die Werte können nur ganzzahlig sein.



Es gibt auch noch die beiden Mischformen zeitkontinuierlich/wertdiskret und zeitdiskret/wertkontinuierlich .

<u>Systembegriff</u>: Systeme liefern als Folge einer Ursache eine Wirkung

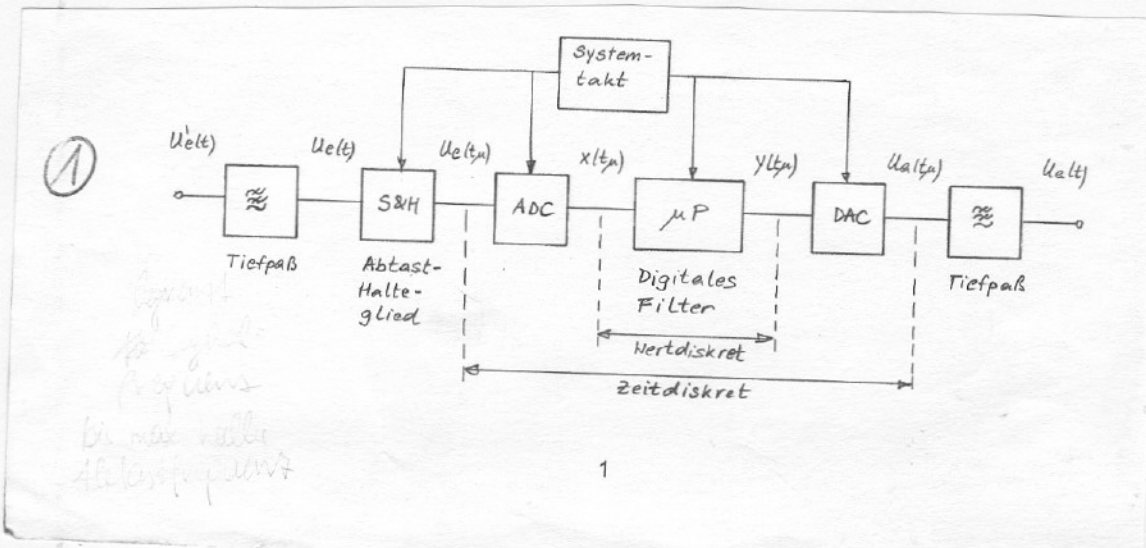
Ursache u → $\boxed{\text{System}}$ → Wirkung w

Eine besonders wichtige Klasse von Systemen sind die linearen und zeitinvarianten Systeme.
Sie erlauben eine einfache theoretische Behandlung und es stehen viele Lösungsstrategien zur Verfügung

<u>Linearität</u>: Ein System heißt linear, wenn die Ursache a * u1 die Wirkung a * w1, und wenn die Ursache (u1 + u2) die Wirkung (w1 + w2) hervorruft.

Zeitinvarianz: Ein System ist zeitinvariant, wenn sich das Verhalten des Systems auf eine Ursache nicht mit der Zeit ändert.

Blockschaltbild der digitalen Signalverarbeitung:



Da die physikalischen Prozessgrößen analog sind, ist zunächst eine digitale Umsetzung erforderlich. Dieser Schritt bewirkt gleichzeitig eine Diskretisierung des Zeitbereichs (A/D Umwandlung dauert eine gewisse Zeit, erst dann kann der nächste Analogwert analysiert werden). Theoretisch werden in diesem Schritt die Funktionen Abtasten und Quantisieren durchgeführt. Nach diesen beiden Schritten ist das Eingangssignal also durch eine Folge von Zahlen endlicher Stellenzahl dargestellt. Dann wird durch einen Algorithmus, der meist in Form eines Programms für einen Prozessor realisiert ist, aus der Eingangszahlenfolge eine Ausgangszahlenfolge erstellt. Diese Ausgangszahlenfolge wird durch einen Digital Analogumsetzer wieder in Analoge Spannungswerte umgesetzt. (immer noch zeitdiskret).Die Gewinnung eines Analogen (und damit auch zeitkontinuierlichen) Ausgangssignal erfolgt durch Filterung mit einem geeignet dimensionierten Tiefpass, dem Rekonstruktionsfilter. Diese Verarbeitung wird durch einen Systemtakt gesteuert.

Abtasttheorem: (Shannon, Nyquist)
Wenn in einem Analogsignal nur Signalkomponenten mit Frequenzen $f < f_{smax}$ vorkommen, dann muss diese höchste Signalfrequenz noch mindestens zweimal pro Periode abgetastet werden.

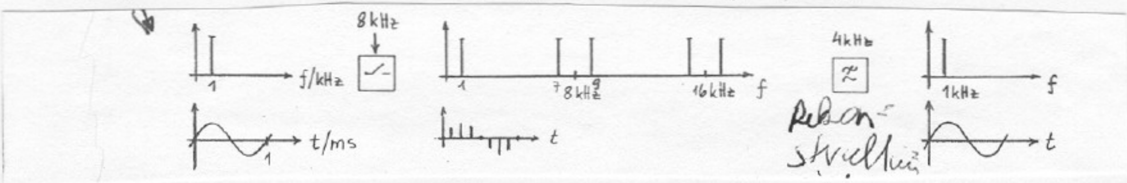
$$\boxed{f_A > 2 * f_{smax}}$$

Bei Einhaltung dieser Bedingung ist aus diesen Abtastwerten durch Filterung mit einem **Tiefpass der die Frequenz Anteile oberhalb $f_A/2$ abschneidet**, das ursprüngliche Analogsignal wieder herzustellen.

Dieses Rekonstruktionsfilter müsste bei der maximalen Signalfrequenz noch Dämpfung Null, bei der halben Abtastfrequenz jedoch schon Dämpfung unendlich aufweisen. Um vernünftig realisierbare Filter verwenden zu können wird man mit einer höheren als der nach dem Abtasttheorem geforderten Frequenz abtasten.

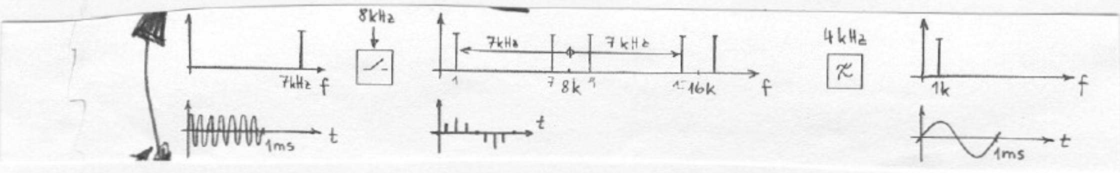
Signalfrequenz unterhalb fA/2 (Abtasttheorem erfüllt):

Ein Signal mit der Frequenz 1 kHz wird mit 8 kHz abgetastet und dann rekonstruiert
→es ergibt sich ein Signal mit 1kHz(gleich wie Eingangssignal)



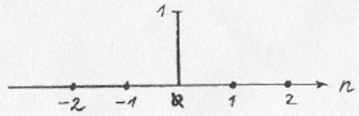
Signalfrequenz oberhalb fA/2 (Abtasttheorem nicht erfüllt):

Ein Signal mit der Frequenz 7 kHz wird mit 8 kHz abgetastet und dann rekonstruiert
→Signal mit 1kHz wäre das Ergebnis



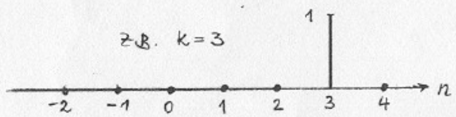
Einheitsimpuls, (Einheits-)Impulsantwort

Das elementarste zeitdiskrete Signal stellt der Einheitsimpuls zum Zeitpunkt 0 (Abtastindex 0) dar:

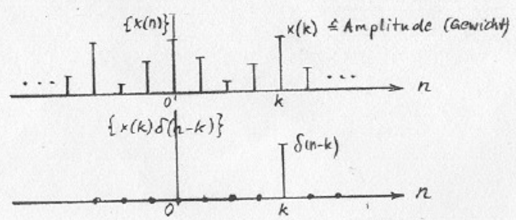


$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 0 \\ 0 & \text{für } n \neq 0 \end{cases}$$

Einheitsimpuls zum Zeitpunkt $k.T_A$: $\delta(n - k)$

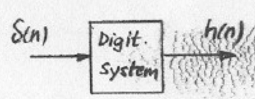


Die Bedeutung dieses Einheitsimpulses liegt in der Tatsache begründet, daß jedes **beliebige zeitdiskrete Signal als Summe einzelner zeitverschobener und gewichteter** (Impulshöhe $\neq 1$) **Einheitsimpulse dargestellt** werden kann.



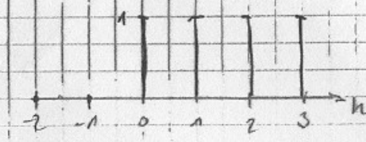
$$\boxed{x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \cdot \delta(n - k)}$$

Wird ein digitales System mit dem Einheitsimpuls als Eingangssignal angeregt, dann nennt man die Ausgangsimpulsfolge die **Einheitsimpulsantwort** (Verbreitetes Symbol: h(n)). h(n)



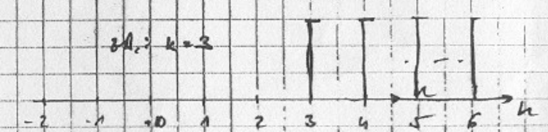
Sprungfunktion, Sprungantwort 4

Eine weitere, sehr grundlegende Anregung stellt die Sprungfunktion dar: ≙ Einschalten zum Zeitpunkt $t = 0$ auf den Wert 1.



$$\sigma(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n \geq 0 \\ 0 & \text{für } n < 0 \end{cases}$$

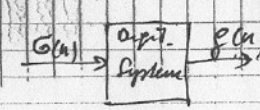
Sprungfunktion zum Zeitpunkt $k.T_A$: $\sigma(n-k)$



Die Bedeutung dieser Einheits-Sprungfunktion liegt darin, daß man daraus das Übergangsverhalten bei schnellen (sprunghaften) Änderungen der Eingangsgröße erkennen kann.

Wird ein digitales System mit der (Einheits-) Sprungfunktion als Eingangssignal angeregt, dann nennt man die Ausgangsimpulsfolge die (Einheits-)-Sprungantwort oder Übergangsfunktion

Verbreitetes Symbol: g(n)



532

10 : 2 = 2